Seminar Nasional Sains, Kesehatan, dan Pembelajaran 3
ISSN 2963-1890

Penerapan Metode Setengah Interval Pada Permasalahan Mekanisme Pergeseran Piston

Bambang Agus Sulistyono*, Samijo, Dian Devita Yohanie
Pendidikan Matematika, Universitas Nusantara PGRI Kediri
*Email korespondensi: bb7agus1@unpkediri.ac.id

Diterima: *11 Januari 2024* **Dipresentasikan:** *20 Januari 2024* **Disetujui Terbit:** *3 Februari 2024*

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk melakukan perhitungan secara numerik terhadap perilaku gerak naik turun piston di dalam silinder mesin dengan fokus pada penentuan besarnya sudut yang terbentuk ketika piston berada pada posisi tertentu. Model matematika yang dapat menggambarkan mekanisme pergeseran piston berbentuk persamaan trigonometri. Dikarenakan persamaan tersebut non-linier dan belum ditemukan solusi analitiknya, maka metode numerik berupa metode setengah interval (*bisection method*) diaplikasikan untuk mendapatkan solusi numeriknya. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa pada saat posisi piston bergeser sejauh $x = 0{,}59$ m maka sudut yang terbentuk sebesar $\theta = 0{,}414175$ dan pada saat posisi piston bergeser sejauh $x = 0{,}45$ m maka terbentuk sudut sebesar $\theta = 2{,}003379$. Hasil ini diharapkan dapat memberikan pemahaman yang lebih baik terhadap dinamika gerak piston dalam konteks mesin yang relevan.

Kata Kunci : metode setengah interval, mekanisme pergeseran piston

PENDAHULUAN

Persoalan yang melibatkan model matematika banyak muncul dalam berbagai disiplin ilmu pengetahuan, seperti dalam bidang fisika, kimia, ekonomi, atau pada persoalan rekayasa (*engineering*), seperti Teknik Sipil, Teknik Mesin, Elektro, dan sebagainya. Seringkali model matematika tersebut muncul dalam bentuk yang tidak ideal alias rumit. Model matematika yang rumit ini adakalanya tidak dapat diselesaikan dengan metode analitik yang sudah umum untuk mendapatkan solusi sejatinya (*exact solution*). Bila metode analitik tidak dapat lagi diterapkan, maka solusi persoalan sebenarnya masih dapat dicari dengan menggunakan metode numerik (Munir, 2008; Insani, 2006; Yuliza, 2013).

Komputer berperan besar dalam perkembangan bidang numerik. Hal ini mudah dimengerti karena perhitungan dengan metode numerik adalah berupa operasi aritmatika seperti penjumlahan, perkalian, pembagian plus membuat perbandingan. Sayangnya, jumlah operasi aritmatika ini umumnya sangat banyak dan berulang, sehingga perhitungan secara manual sering menjemukan (Susila, 1992). Manusia (yang melakukan perhitungan manual ini) dapat membuat kesalahan dalam melakukannya. Dalam hal ini komputer berperan mempercepat proses perhitungan tanpa membuat kesalahan. Selain mempercepat perhitungan, dengan komputer kita dapat mencoba berbagai kemungkinan solusi yang terjadi akibat perubahan beberapa parameter. Solusi yang diperoleh juga dapat ditingkatkan ketelitiannya dengan mengubah-ubah nilai parameter (Kurniawan, 2019).

Dalam bidang sains dan rekayasa, para ahli ilmu alam dan rekayasawan sering berhadapan dengan persoalan mencari solusi persamaan -lazim disebut akar-akar persamaan (*roots of equation*) atau nilai-nilai nol- yang berbentuk $f(x) = 0$. Untuk persamaan polinomial berderajad dua, persamaan dapat diselesaikan dengan rumus persamaan kuadrat yang sangat sederhana. Untuk persamaan polinomial berderajad tiga atau empat, rumus-rumus yang ada sangat kompleks dan jarang sekali digunakan. Sedangkan untuk persamaan dengan derajad lebih tinggi atau persamaan yang melibatkan bentuk sinus, cosinus, eksponensial, dan logaritma tidak ada rumus yang dapat digunakan untuk menyelesaikannya. Metode numerik memberikan cara-cara untuk menyelesaikan bentuk persamaan tersebut secara perkiraan sampai diperoleh hasil yang mendekati penyelesaian eksak. Secara umum, metode pencarian akar dapat dikelompokkan ke dalam dua golongan besar. Pertama adalah metode tertutup, seperti metode setengah interval (*bisection method*) dan metode regula-falsi. Kedua adalah metode terbuka, seperti metode iterasi titik tetap (*fix-point iteration*), metode Newton-Raphson, dan metode *secant*.

Penelitian ini bertujuan untuk melakukan perhitungan secara numerik terhadap perilaku gerak naik turun piston di dalam silinder mesin (Kurniawan, 2019; Siswanto, 2008). Mekanisme pergeseran piston dapat dijelaskan secara matematis menggunakan model matematika berbentuk persamaan trigonometri. Dikarenakan persamaan tersebut non-linier dan belum ditemukan solusi analitiknya, maka metode numerik berupa metode setengah interval (*bisection method*) diaplikasikan untuk mendapatkan solusi numeriknya. Metode setengah interval dipilih dalam penelitian ini karena selain sederhana, metode tersebut juga selalu konvergen dan memiliki kestabilan numerik yang baik. Simulasi ini diharapkan dapat memberikan pemahaman yang lebih baik terhadap dinamika gerak piston dalam konteks mesin yang relevan.

METODE

Penyelesaian secara numerik dilakukan dengan perkiraan yang berurutan (iterasi) sedemikian sehingga setiap hasil adalah lebih teliti dari perkiraan sebelumnya. Dengan melakukan sejumlah prosedur iterasi yang dianggap cukup, akhirnya didapat hasil perkiraan yang mendekati hasil eksak (hasil yang benar) dengan toleransi kesalahan yang diijinkan.

Metode setengah interval (*bisection method*) adalah salah satu teknik numerik yang digunakan untuk mencari akar atau solusi dari sebuah persamaan nonlinear dalam satu variabel. Pendekatan ini memanfaatkan konsep sederhana dalam matematika yaitu jika sebuah fungsi memiliki tanda yang berbeda pada dua titik yang berdekatan, maka di antara kedua titik tersebut terdapat akar dari fungsi tersebut. Prinsip utama dari metode ini adalah membagi interval yang mengandung akar menjadi dua sub-interval yang lebih kecil, kemudian memeriksa di mana interval tersebut berubah tanda. Langkah ini terus diulang sampai interval yang sangat kecil yang mengandung akar ditemukan.

Langkah-langkah yang dilakukan pada penyelesaian persamaan dengan metode setengah interval adalah sebagai berikut ini.

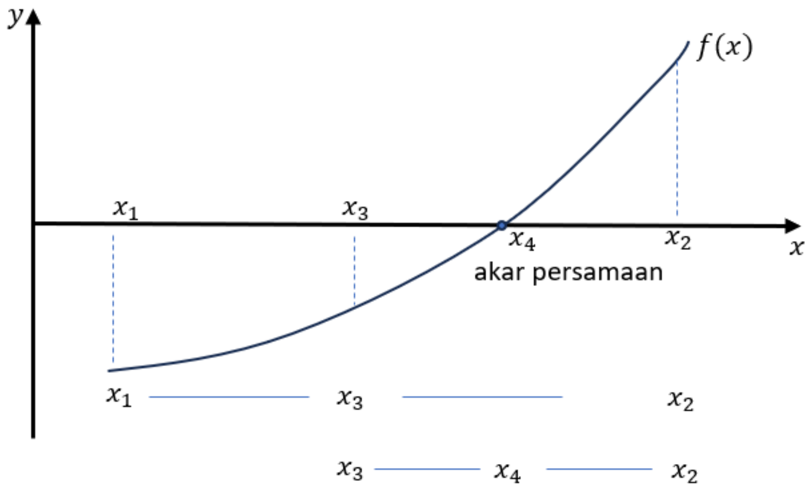
1. Hitung fungsi pada interval yang sama dari x sampai pada perubahan tanda dari fungsi $f(x_i)$ dan $f(x_{i+1})$, yaitu apabila $f(x_i) \times f(x_{i+1}) < 0$.
2. Perkiraan pertama dari akar x_t dihitung dari rerata nilai x_i dan x_{i+1}
$$x_t = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}$$
3. Buat evaluasi berikut untuk menentukan di dalam sub interval mana akar persamaan berada:
   a. jika $f(x_i) \times f(x_t) < 0$, akar persamaan berada pada sub interval pertama, kemudian tetapkan $x_{i+1} = x_t$ dan lanjutkan pada langkah ke-4.
   b. jika $f(x_i) \times f(x_t) > 0$, akar persamaan berada pada sub interval kedua, kemudian tetapkan $x_i = x_t$ dan lanjutkan pada langkah ke-4.

c. jika $f(x_i) \times f(x_t) = 0$, akar persamaan adalah x_i dan hitungan selesai.

4. Hitung perkiraan baru dari akar dengan cara berikut:

$$x_t = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}$$

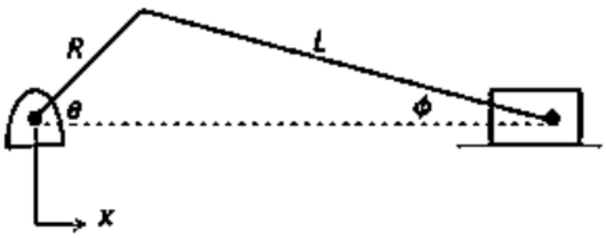
Gambar 1. adalah prosedur perhitungan metode setengah interval secara grafis untuk mendapatkan akar persamaan.



Gambar 1. Prosedur Metode Setengah Interval

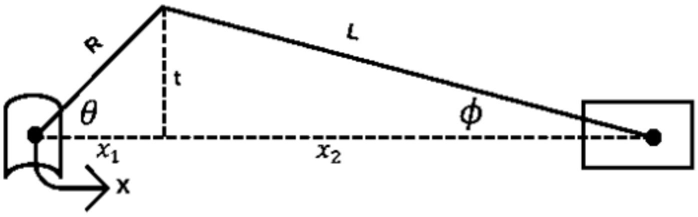
HASIL DAN PEMBAHASAN

Piston adalah bagian mesin yang berfungsi untuk menerima tekanan hasil pembakaran campuran gas dan meneruskan tekanan untuk memutar poros engkol (*crank shaft*) melalui batang piston (*connecting rod*). Piston bergerak naik turun terus menerus di dalam silinder untuk melakukan langkah isap, kompresi, pembakaran, dan pembuangan (Kurniawan, H 2019). Geometris mekanisme pergeseran piston dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Mekanisme pergeseran piston

Untuk menurunkan persamaan matematikanya, terlebih dahulu ditarik garis tinggi t sehingga alas terbagi 2 bagian yaitu x_1 dan x_2 dengan $x = x_1 + x_2$ (lihat Gambar 3).



Gambar 3. Prosedur penurunan persamaan

Nilai x_1 dan x_2 dapat dicari menggunakan perbandingan sisi segitiga, diperoleh

$$x_1 = R\ cos\ cos\ \theta$$

dan

$$x_2 = L\ cos\ cos\ \emptyset$$

sehingga diperoleh nilai x sebagai

$$x = R\ cos\ cos\ \theta\ + L\ cos\ cos\ \emptyset \qquad (1)$$

Selanjutnya dari dua segitiga yang terbentuk dapat ditemukan

$$sin\ sin\ \theta\ = \frac{t}{R}$$

dan

$$sin\ sin\ \emptyset\ = \frac{t}{L}$$

sehingga nilai $sin\ sin\ \emptyset$ dapat ditulis sebagai

$$sin\ sin\ \emptyset\ = \frac{R}{L} sin\ sin\ \theta$$

Dengan rumus identitas trigonometri diperoleh

$$cos\ cos\ \emptyset\ = \sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2}\ sin^2\theta} \qquad (2)$$

Substitusikan Persamaan (2) ke Persamaan (1) diperoleh

$$x = R\ cos\ cos\ \theta\ + L\sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2}\ sin^2\theta}$$

Maka

$$f(\theta) = R\ cos\ cos\ \theta\ + L\sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2}\ sin^2\theta} - x$$

Persamaan ini akan memberikan posisi x pada suatu sudut θ. Jika dicari nilai sudut pada posisi x tertentu, maka permasalahan ini sekarang menjadi permasalahan pencarian akar dari sebuah persamaan non-linier.

$$R\ cos\ cos\ \theta\ + L\sqrt{1-\frac{R^2}{L^2}\ sin^2\theta} - x = f(\theta) = 0 \tag{3}$$

Persamaan (3) inilah yang akan kita selesaikan secara numerik menggunakan metode setengah interval (*bisection method*).

Kasus pertama, diberikan $R = 0{,}1$, $L = 0{,}5$ m, dan batas error = $0{,}005$ maka sudut θ pada suatu nilai $x = 0{,}45$ dapat dicari menggunakan metode setengah interval sebagai berikut.

Tabel 1. Hasil perhitungan sudut $\boldsymbol{\theta}$ pada saat $\boldsymbol{x = 45}$

iterasi	a	c	b	f(a)	f(c)	f(b)	f(a)*f(c)	lebar	ket
1	0,000000	3,141593	6,283185	0,150000	-0,050000	0,150000	-0,007500	3,141593	next
2	0,000000	1,570796	3,141593	0,150000	0,039898	-0,050000	0,005985	1,570796	next
3	1,570796	2,356194	3,141593	0,039898	-0,025736	-0,050000	-0,001027	0,785398	next
4	1,570796	1,963495	2,356194	0,039898	0,003122	-0,025736	0,000125	0,392699	next
5	1,963495	2,159845	2,356194	0,003122	-0,012519	-0,025736	-0,000039	0,196350	next
6	1,963495	2,061670	2,159845	0,003122	-0,004979	-0,012519	-0,000016	0,098175	next
7	1,963495	2,012583	2,061670	0,003122	-0,000995	-0,004979	-0,000003	0,049087	next
8	1,963495	1,988039	2,012583	0,003122	0,001047	-0,000995	0,000003	0,024544	next
9	1,988039	2,000311	2,012583	0,001047	0,000022	-0,000995	0,000000	0,012272	next
10	2,000311	2,006447	2,012583	0,000022	-0,000488	-0,000995	0,000000	0,006136	next
11	2,000311	2,003379	2,006447	0,000022	-0,000233	-0,000488	0,000000	0,003068	stop

Dari Tabel 1. Terlihat bahwa sampai iterasi ke-11 diperoleh nilai perkiraan untuk sudut θ pada saat $x = 045$ m yaitu sebesar $2{,}003379$.

Kasus kedua, diberikan $R = 0{,}1$, $L = 0{,}5$ m, dan batas error = $0{,}005$ maka sudut θ pada suatu nilai $x = 0{,}59$ dapat dicari menggunakan metode setengah interval sebagai berikut.

Tabel 2. Hasil perhitungan sudut $\boldsymbol{\theta}$ pada saat $\boldsymbol{x = 0,59}$

iterasi	a	c	b	f(a)	f©	f(b)	f(a)*f©	lebar	ket
1	0,000000	3,141593	6,283185	0,010000	-0,190000	0,010000	-0,001900	3,141593	next
2	0,000000	1,570796	3,141593	0,010000	-0,100102	-0,190000	-0,001001	1,570796	next
3	0,000000	0,785398	1,570796	0,010000	-0,024315	-0,100102	-0,000243	0,785398	next
4	0,000000	0,392699	0,785398	0,010000	0,000921	-0,024315	0,000009	0,392699	next
5	0,392699	0,589049	0,785398	0,000921	-0,009949	-0,024315	-0,000009	0,196350	next
6	0,392699	0,490874	0,589049	0,000921	-0,004035	-0,009949	-0,000004	0,098175	next
7	0,392699	0,441786	0,490874	0,000921	-0,001432	-0,004035	-0,000001	0,049087	next
8	0,392699	0,417243	0,441786	0,000921	-0,000224	-0,001432	0,000000	0,024544	next
9	0,392699	0,404971	0,417243	0,000921	0,000357	-0,000224	0,000000	0,012272	next
10	0,404971	0,411107	0,417243	0,000357	0,000068	-0,000224	0,000000	0,006136	next
11	0,411107	0,414175	0,417243	0,000068	-0,000077	-0,000224	0,000000	0,003068	stop

ISSN 2963-1890

Dari tabel 1. Terlihat bahwa sampai iterasi ke-11 diperoleh nilai perkiraan untuk sudut θ pada saat $x = 059$ m yaitu sebesar $0{,}414175$.

KESIMPULAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan numerik, khususnya metode setengah interval, untuk menganalisis gerakan naik turun piston dalam sebuah mesin. Fokusnya adalah pada perhitungan sudut yang terbentuk ketika piston berada pada posisi tertentu di dalam silinder mesin. Model matematika yang digunakan untuk menggambarkan pergeseran piston memanfaatkan persamaan trigonometri, yang dalam bentuknya non-linier dan tidak memiliki solusi analitik yang ditemukan. Melalui pengaplikasian metode numerik, studi ini berhasil menentukan solusi numerik dari sudut yang terbentuk saat piston bergerak dalam jarak tertentu. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa ketika piston bergerak sejauh $x = 0{,}59$ m, sudut yang terbentuk adalah $\theta = 0{,}414175$, sementara ketika piston bergerak sejauh $x = 0{,}45$ m, sudut yang terbentuk adalah $\theta = 2{,}003379$.

DAFTAR RUJUKAN

Insani, N. 2006. *Penerapan Metode Bagi-Dua (Bisection) pada Analisis Pulang Pokok* (*Break Even*). FMIPA UNY Yogyakarta.

Kurniawan, H. (2019). *Analisa Tegangan Pada Piston Motor Bakar Satu Silinder Dengan Daya Maksimum 1 Hp Menggunakan Perangkat Lunak*. (Universitas Muhammadiyah Sumatera Utara,2019).

Kurniawan, R. 2020. *Pengaruh Variasi Piston Terhadap Peforma Mesin Sepeda Montor Yamaha Jupiter 100 cc*. Skripsi. Pendidikan Teknik Otomotif Jurusan Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Negeri Semarang.

Munir, R. 2008. Metode Numerik Revisi Kedua. *Bandung: Informatika Bandung*.

Siswanto, B. T. 2008. Teknik Alat Berat Jilid 1. Jakarta: Direktorat Pembinaan Sekolah Menengah Kejuruan.

Sulila, I Nyoman. 1992. *Dasar-Dasar Metode Numerik*. Bandung.

Yuliza, E. 2013. *Penggunaan Metode Bagi Dua Terboboi untuk Mencari Akar-akar Persamaan*. Volume 16 (1A):16101-2-16101-3.